Beispiel Kurvendiskussion

Zur Beschreibung von Funktionen/Kurven sind folgende Kriterien wichtig:

(a) Definitions-/Wertebereich
(b) Schnittstellen mit den Achsen
(c) Symmetrie
(d) Verlauf im Großen
(e) Minima/Maxima (= lokale Extremwerte, Hoch-/Tiefpunkte)
(f) Wendepunkte
(g) Intervalle von Monotonie

Gegeben ist die Funktion

$y = f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 24x, \qquad x \in 3$

Sie soll auf die Punkte (a) - (g) untersucht werden.

Punkt	Ohne Benutzung der Ableitung	Mit Benutzung der Ableitung
		$f'(x) = 6x^2 + 4x - 24$ **$f''(x) = 12x + 4$**
(a) Definitions-/ Wertebereich	Definitionsbereich: $\mathbb{R}$ Wertebereich: $\mathbb{R}$	
(b) Schnittstellen	Schnittstellen mit y-Achse: y = 0 Schnittstellen mit x-Achse: Nullstellenberechnung ergibt: $x_{N1} = 0, \quad x_{N2} = 3, \quad x_{N3} = -4$	
(c) Symmetrie	Keine	
(d) Verlauf im Großen	$\lim\limits_{x \to -\infty} (2x^3 + 2x^2 - 24x) = -\infty$ $\lim\limits_{x \to \infty} (2x^3 + 2x^2 - 24x) = \infty$	
(e) Extremwerte	Zwei, einer (x_{e1}) im Intervall [-4; 0] und ein zweiter (x_{e2}) im Intervall [0; 3] jeweils zwischen den Nullstellen	Lösung der Gleichung (p/q-Formel) **$f'(x) = 6x^2 + 4x - 24 = 0$** $x_{e1} = 1{,}694 \qquad y_{e1} = f(x_{e1}) = -25{,}19$ $x_{e2} = -2{,}361 \qquad y_{e2} = f(x_{e2}) = 41{,}49$ Einsetzen in **$f''(x) = 12x + 4$** zeigt **$f''(1{,}694) > 0$ also** x_{e1} ist Minimum **$f''(-2{,}361) < 0$ also** x_{e2} ist Maximum
(f) Wendepunkte	Einer, zwischen den beiden Extremwerten. Im Intervall [x_{e1}; x_{e2}]	Lösung der Gleichung **$f''(x) = 12x + 4 = 0$** $x_{W1} = -1/3$ $y_{W1} = f(x_{W1}) = 8{,}148$
(g) Intervalle von Monotonie	▪ Monoton steigend:]-∞; x_{e1}] d.h. bis zum ersten Extremwert ▪ Monoton fallend: [x_{e1}; x_{e2}] zwischen den beiden Extremwerten ▪ Monoton steigend: [x_{e2}; ∞[ab dem zweiten Extremwert	Die Ableitung **$f'(x) = 6x^2 + 4x - 24$** hat zwei Nullstellen, wie oben berechnet. Ihr Verlauf im Großen entspricht der Normalparabel. Also: **$f'(x) \geqq 0$ für** $x \leqq -2{,}361$ **$f'(x) \leqq 0$ für** $-2{,}361 \leqq x \leqq 1{,}694$ **$f'(x) \geqq 0$ für** $x \geqq 1{,}694$ Das gibt die Monotonie-Intervalle Monoton steigend:]-∞; -2,361] Monoton fallend: [-2,361; 1,694] Monoton steigend: [1,694; ∞[

L:\dauerdaten\dd bwfs\Materialien Math\Verfahren.lwp