Übersicht Eigenschaften Funktionen II

Grenzwert

Gegeben ist eine reelle Funktion **y = f(x),** $x \in \mathbb{R}$

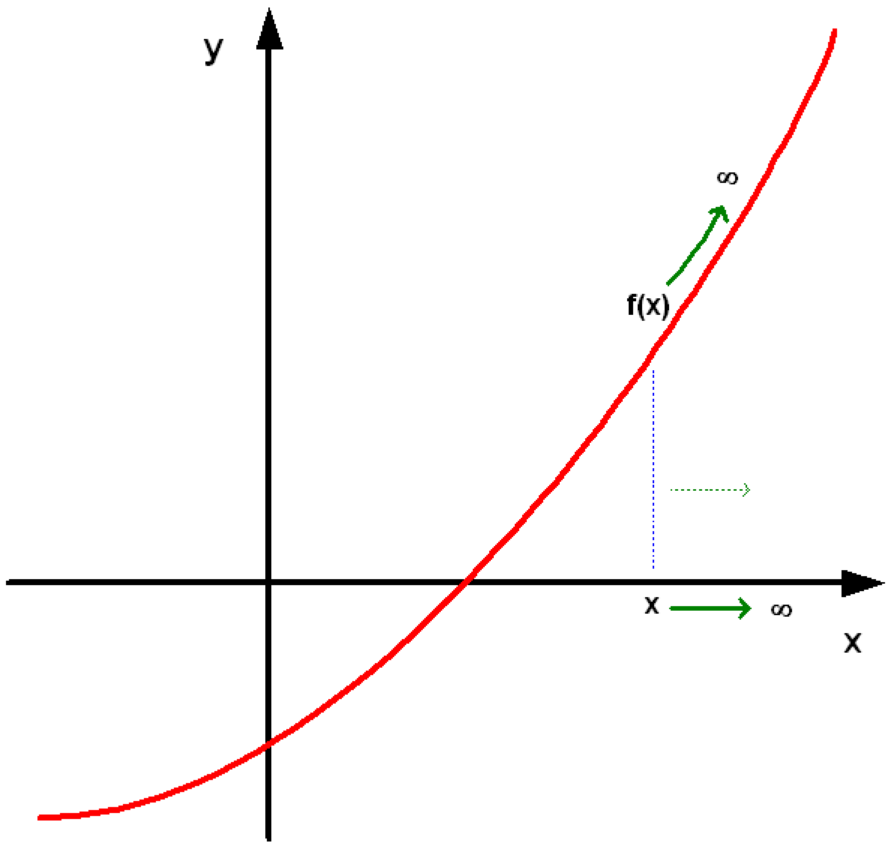
Wenn für **alle** Zahlenfolgen, die gegen Unendlich wandern (gegen ∞ streben, $x \to \infty$) auch die Folge der entsprechenden Funktionswerte ins (positiv) Unendliche wandert, so sagt man, die Funktion f(x) hat für $x \to \infty$ den Grenzwert ∞ und man schreibt dies

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$$

Beispiel für Zahlenfolgen	***Beispielfunktion: y = 2x***
	entsprechende Funktionswerte:
10, 100, 1000, 10000, ...	*20, 200, 2000, 20000,...*
1, 4, 9, 16, 25,...	*2, 8, 18, 32, 50,..*

Analog erklärt man die Ausdrücke

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$$



Das Beispielbild ist nicht die Kurve y = 2x!

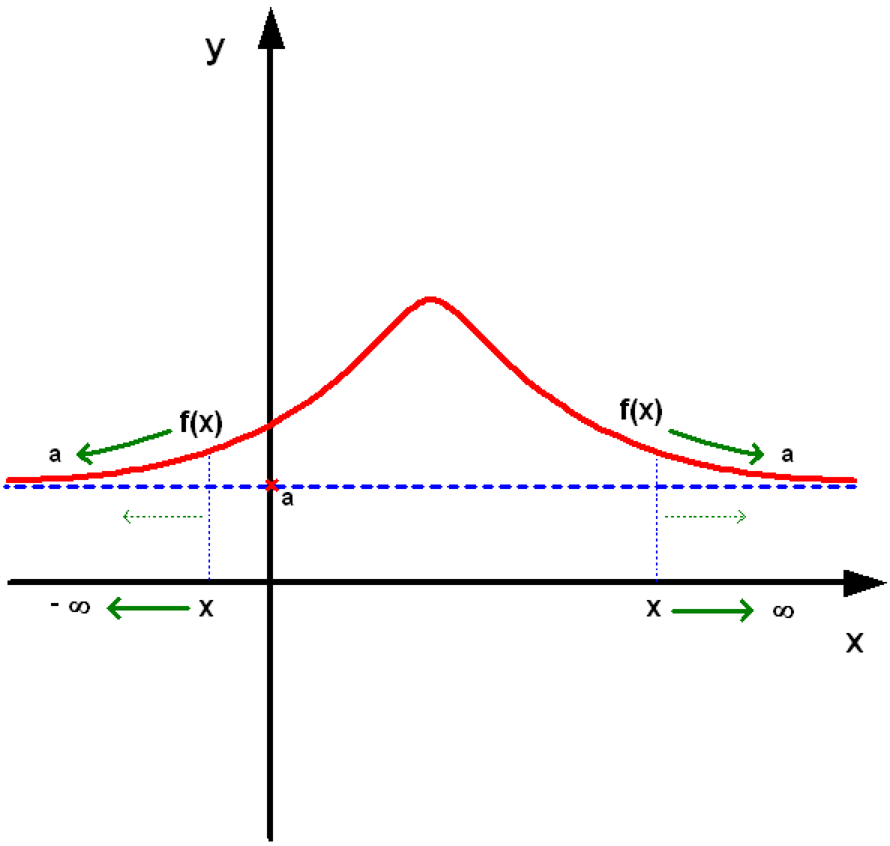
Wenn für **alle** Zahlenfolgen, die gegen Unendlich wandern (gegen ∞ streben, $x \to \infty$)
die Folge der entsprechenden Funktionswerte sich einer festen Zahl **a** nähert (gegen a strebt),
so sagt man, die Funktion f(x) hat für $x \to \infty$ den Grenzwert **a** und man schreibt dies

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = a$$

Beispiel für Zahlenfolgen	*Beispielfunktion: y = 1/x*	
	entsprechende Funktionswerte:	
10, 100, 1000, 10000, ...	*1/10, 1/100, 1/1000, 1/10000,...*	$f(x) \to 0$
1, 4, 9, 16, 25,...	*1, 1/4, 1/9, 1/16, 1/25,..*	$f(x) \to 0$

Analog erklärt man den Ausdruck

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = a$$



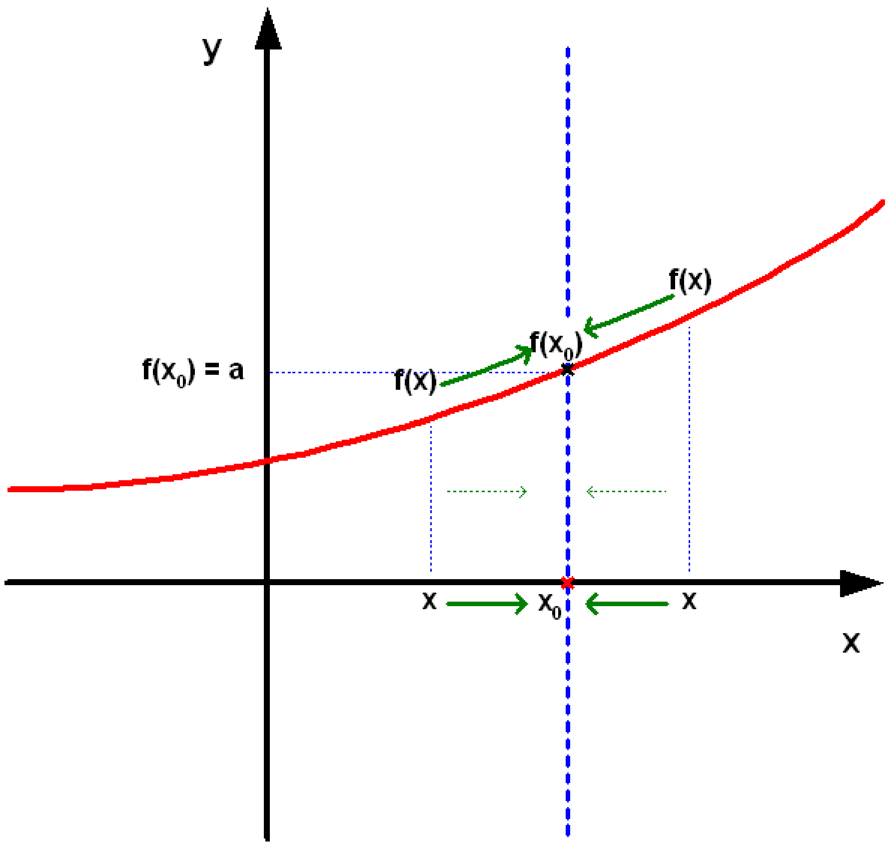
Das Beispielbild ist nicht die Kurve y =1/x!

Gegeben ist eine reelle Funktion **y = f(x),** $x \in \mathbb{R}$

Wenn für **alle** Zahlenfolgen, die sich einer festen Zahl x_0 beliebig nähern
(gegen x_0 streben, $x \to x_0$)
sich auch die Folge der entsprechenden Funktionswerte der gleichen konstanten reellen Zahl **a** nähert, so sagt man, die Funktion f(x) hat für $x \to x_0$ den Grenzwert **a** und schreibt dies

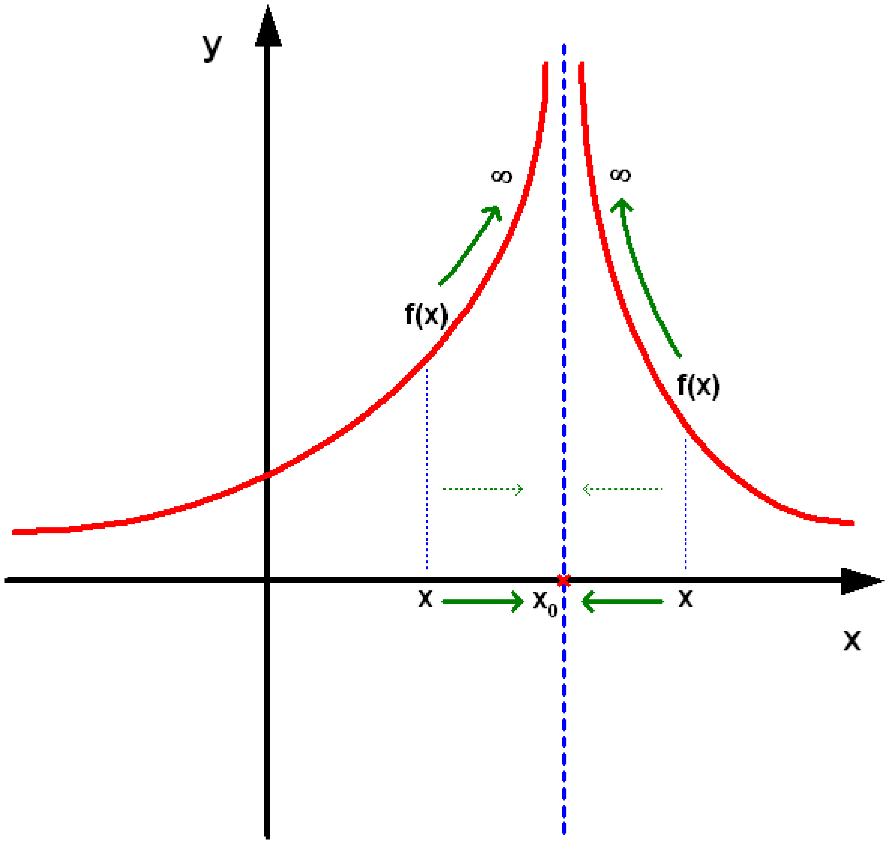
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = a$$

Beispiel für Zahlenfolgen		***Beispielfunktion: y = 2x*** *entsprechende Funktionswerte:*	
10,1; 10,01; 10,001; ...	$x \to 10$	*20,2; 20,02; 20,002; ...*	$f(x) \to 20$
9; 9,9; 9,99; 9,999; ...	$x \to 10$	*18; 19,8; 19,98, 19,998;..*	$f(x) \to 20$



Wenn für **alle** Zahlenfolgen, die sich einer festen Zahl x_0 beliebig nähern
(gegen x_0 streben, $x \to x_0$)
die Folge der entsprechenden Funktionswerte ins (positiv) Unendliche wandert, so sagt man, die Funktion f(x) hat für $x \to x_0$ den Grenzwert ∞ und schreibt dies

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \infty$$



Analog erklärt man den Ausdruck

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$$

Eine solche Stelle $\mathbf{x_0}$ nennt man **Polstelle**.

Hinweis:

<table>
<tr><td rowspan="3">Der Grenzwert</td><td>$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$</td><td rowspan="3">kann</td><td>existieren</td><td>$\lim\limits_{x \to x_0/\infty} f(x) = a$</td></tr>
<tr><td></td><td>unendlich sein</td><td>$\lim\limits_{x \to x_0/\infty} f(x) = \infty$</td></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$</td><td>nicht existieren</td><td></td></tr>
</table>