Berechnungen am Dreieck

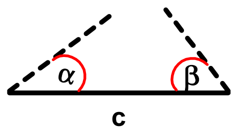
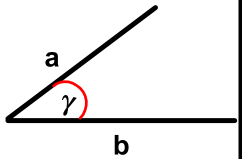
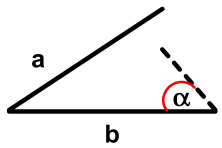
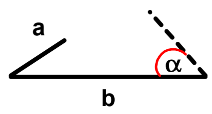
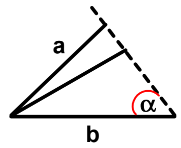
Ein Dreieck hat sechs meßbare Teile: Drei Seiten, drei Winkel
Man braucht mindestens drei davon, um das Dreieck vollständig zu beschreiben, d.h. die fehlenden angeben zu können.

Hilfsmittel ohne Beweis:

A. $\sin \alpha <= 1$

B. $\sin \alpha = \sin(180^o - \alpha)$

C. $\alpha > \beta \Leftrightarrow a > b$ (Größere Seiten haben größere Gegenwinkel, kleinere Seiten kleinere und umgekehrt)

	Gegeben								
	3 Winkel		**2 Winkel; 1 Seite**	**2 Seiten; 1 Winkel**				**3 Seiten**	
	I	**II**	**III**	**IV**	**V**	**VI**	**VII**	**VIII**	**IX**
	$\alpha; \beta; \gamma$		$\alpha; \beta; c$	$a; b; \gamma$	$a; b; \alpha$			$a; b; c$	
Lösungen	$\alpha+\beta+\gamma$ **$\neq 180^o$:** keine	$\alpha+\beta+\gamma$ **$= 180^o$** unendlich viele	genau eine Lösung	genau eine Lösung	**$a >= b$:** ($\alpha < 90°$ bei $a=b$) genau eine Lösung	**$a < b$** und ($\alpha >$ **$90°$** oder **$(b*\sin a)/a > 1$):** keine Lösung	**$a < b$** und **sonst**: zwei Lösungen	**$s_1 + s_2 < s_3$** für irgend-welche Seiten: keine Lösung	**sonst**: genau eine Lösung
Skizze									
Weg			$\gamma = 180^o - \alpha - \beta$ Sinus-S. für a, b	Kosinus-S. für c; Kosinus-S. für α, β (*)	Sinus-S. für β; (*) $\gamma = 180^o - \alpha - \beta$ Sinus-S. für c		Sinus-S. für β:(*) L1: β; $\gamma = 180^o - \alpha - \beta$ L2: $180^o - \beta$; $\gamma = \alpha - \beta$ jeweils: Sinus-S. für c		Kosinus-S für α, β, γ
ebenso			$\alpha; \gamma; b$ $\beta; \gamma; a$	$a; c; \beta$ $b; c; \alpha$	$a; c; \gamma$ $b; c; \beta$ ... etc				

(*) Bei der Bestimmung eines Winkels mit dem Sinussatz kann es wegen “**B**” zwei mögliche Lösungen geben. Welche korrekt ist oder ob beide richtig sind, hängt von der Aufgabenstellung bzw. den geometrischen Gegebenheiten ab.
Für die Überprüfung des Ergebnisses kann “**C**” nützlich sein.