

Lösungen:

1	<p>Führen Sie eine Kurvendiskussion durch und zeichnen Sie die Funktionen</p> <p>a) $f(x) = -\frac{5}{2}x^4 - \frac{5}{8}x^3 + \frac{115}{8}x^2 - \frac{135}{8}x + \frac{45}{8}$</p> <p>L :</p> <p>$x_1 = -3;$</p> <p>$x_2 = \frac{3}{4};$</p> <p>$x_3 = 1;$</p> <p>$x_4 = 1;$</p> <p>$y_s = \frac{45}{8};$</p> <p>$f(x) = -\frac{5}{2}(x+3)\left(x-\frac{3}{4}\right)(x-1)^2$</p> <p>$P_{E1}(-2,022; 61,8958);$</p> <p>$P_{E2}(0,8345; -0,0222);$</p> <p>$P_{E3}(1; 0);$</p> <p>$P_{W1}(-1,0434; 36,6291);$</p> <p>$P_{W2}(0,9184; -0,011);$</p> <p>Keine Symmetrie.</p> <p>Steigend für $(-\infty; -2,022];$</p> <p>Fallend für $(-2,022; 0,8345];$</p> <p>Steigend für $(0,8345; 1];$</p> <p>Fallend für $(1; \infty);$</p> <p>Rechtsgekrümmt für $(-\infty; -1,0434];$</p> <p>Linksgekrümmt für $(-1,0434; 0,9184];$</p> <p>Rechtsgekrümmt für $(0,9184; \infty);$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty;$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$</p>
----------	---

$$b) f(x) = 2x^4 + 10,8x^3 + 2x^2 - 10,8x - 4$$

L:

$$x_1 = -5;$$

$$x_2 = -1;$$

$$x_3 = -0,4;$$

$$x_4 = 1;$$

$$y_s = -4;$$

$$f(x) = 2(x + 5)(x + 1)(x + 0,4)(x - 1)$$

$$P_{E1} (-3,8272; -109,7098);$$

$$P_{E2} (-0,7157; 1,3195);$$

$$P_{E3} (0,4929; -7,4261);$$

$$P_{W1} (-2,6368; -62,9322);$$

$$P_{W2} (-0,0632; -3,3121);$$

Keine Symmetrie.

Fallend für $(-\infty; -3,8272];$ Steigend für $(-3,8272; -0,7157];$ Fallend für $(-0,7157; 0,4929];$ Steigend für $(0,4929; \infty)$ Linksgekrümmt für $(-\infty; -2,6368];$ Rechtsgekrümmt für $(-2,6368; -0,0632];$ Linksgekrümmt für $(-0,0632; \infty);$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

2

Erklären Sie:

a) Was ist eine Folge?

Nummerierte Werte (Zahlen).

Folgen können endlich oder (meist) unendlich sein.

b) Was ist ein Grenzwert?

Ein eindeutiger Wert, dem sich die Werte einer Folge beliebig dicht annähern.

c) Hat jede Folge einen Grenzwert?

Nein. Gegenbeispiel wären etwa

-1; 1; -1; 1; -1; 1; ... (schwankt)

1; 2; 3; 4; ... (geht in's unendliche)

d) Auf welche Arten kann man eine Folge darstellen?

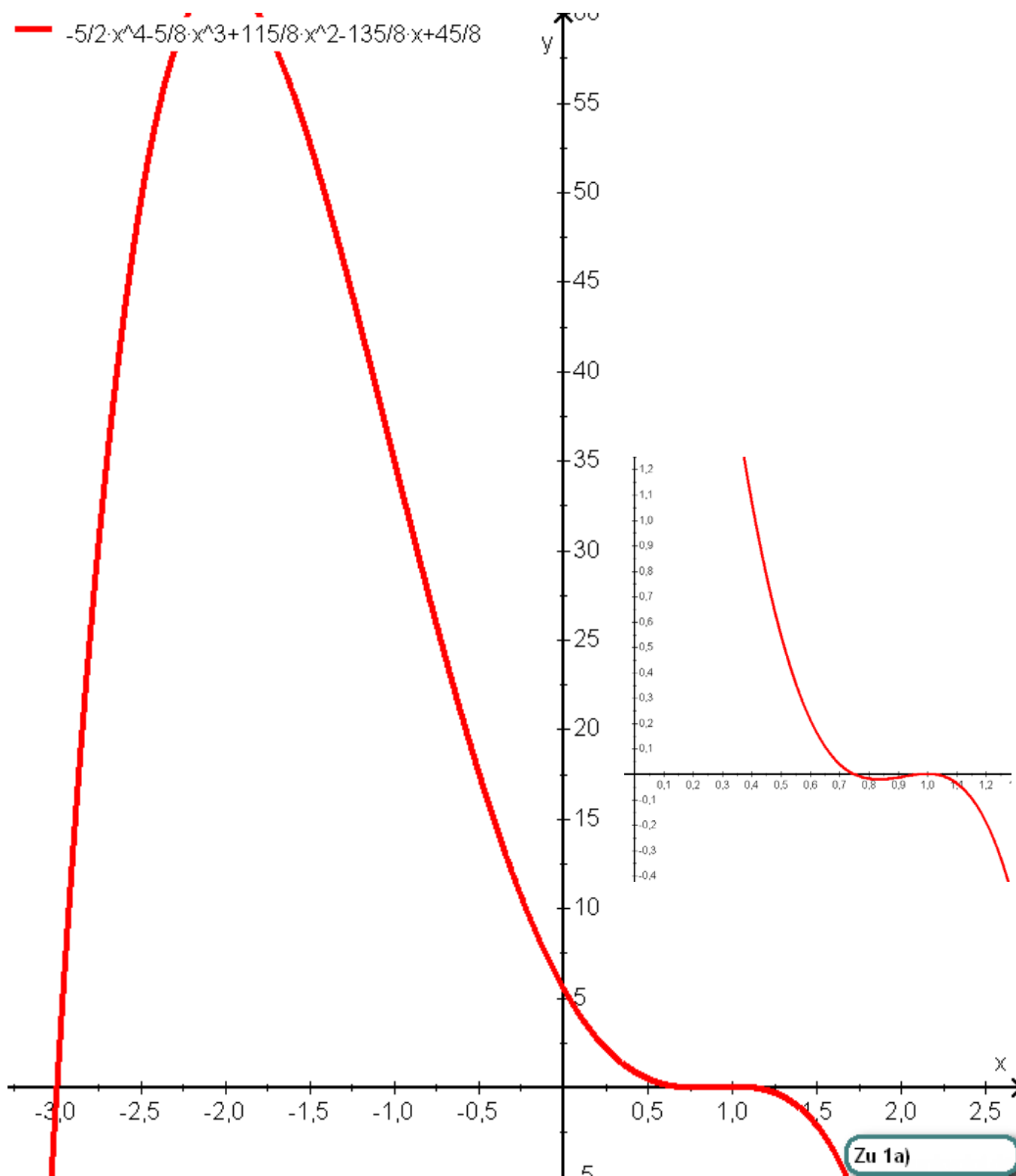
Durch Aufzählung (Wertetabelle)

Durch Angabe der Bildungsregel, des Gesetzes der Folge

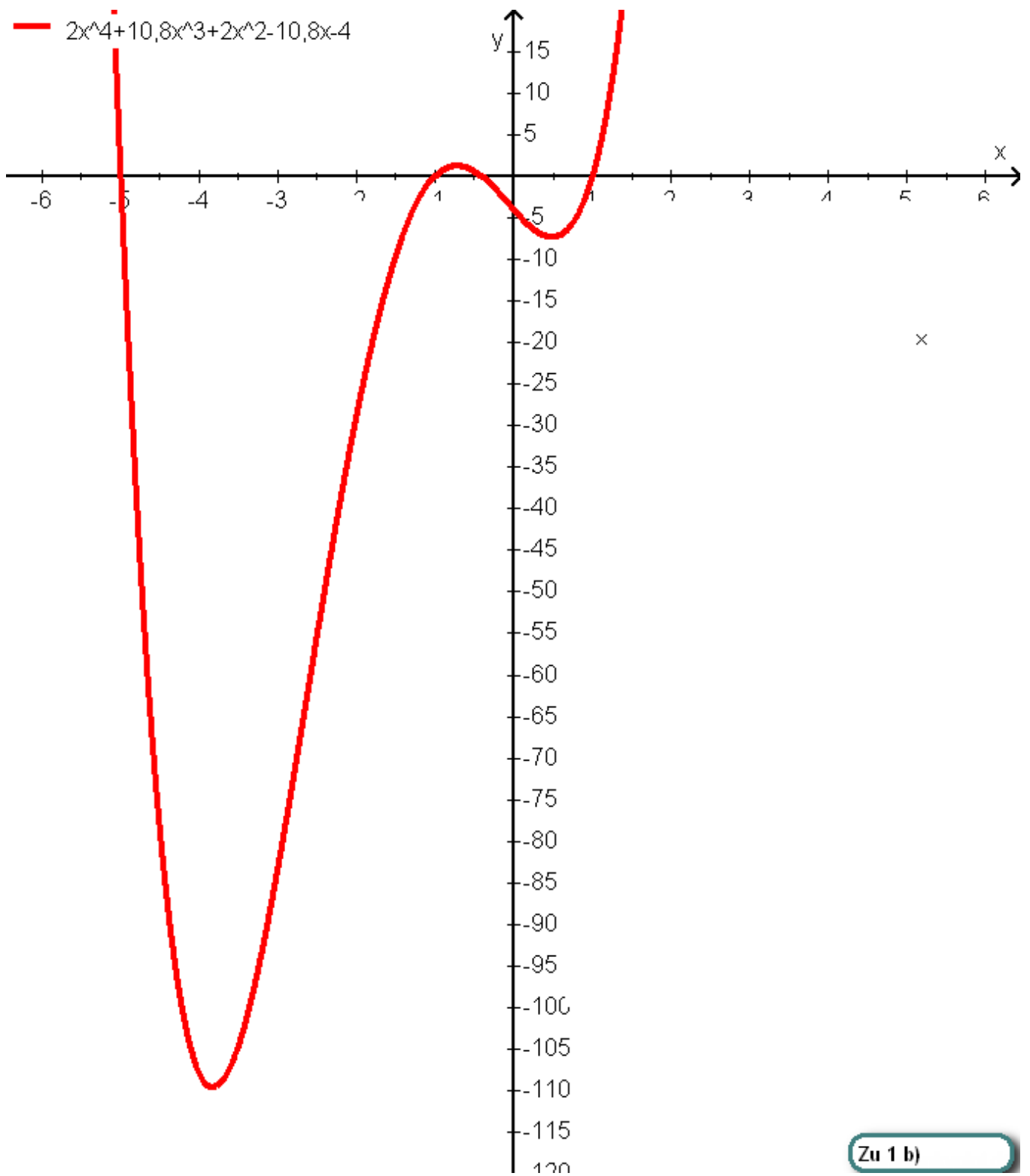
Graphisch

<p>3</p>	<p>Bitte schreiben Sie die Folgen auf, die folgende Bildungsgesetze haben:</p> <p>a) $a_n = 2n + 1$ 3; 5; 7; 9;... Kein Grenzwert.</p> <p>b) $a_n = \sqrt[n]{5}$ 5; 2,236; 1,7099; 1,4953; 1,3797;... Grenzwert 1</p> <p>c) $a_n = \frac{2n+1}{n^2}$ 3; $\frac{5}{4}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{9}{16}$; $\frac{11}{25}$; ... Grenzwert 0</p> <p>d) $a_n = 8 - \frac{4n+1}{8n-1}$ $\frac{51}{7}$; $\frac{111}{15}$; $\frac{171}{23}$; $\frac{231}{31}$; $\frac{291}{39}$; ... Grenzwert 7,5</p> <p>e) $a_n = (-1)^n + \frac{1}{n}$ 0; $\frac{3}{2}$; $\frac{-2}{3}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{-4}{5}$; ... Kein Grenzwert</p> <p>f) $a_n = (-1)^n * \frac{2n+5}{3n+10}$ $\frac{-7}{13}$; $\frac{9}{16}$; $\frac{-11}{19}$; $\frac{13}{22}$; $\frac{-15}{25}$; ... Kein Grenzwert</p>
<p>4</p>	<p>Bitte erfinden Sie je zwei eigene, nicht zu einfache, Beispiele von Folgen, die</p> <p>a) einen Grenzwert haben b) keinen Grenzwert haben c) einen Grenzwert im Unendlichen (positiv oder negativ) haben.</p>
<p>5</p>	<p>Bestimmen Sie bitte das Bildungsgesetz folgender Folgen:</p> <p>a) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$; ... $a_n = \frac{1}{2^n}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$</p> <p>b) 1; 3; 6; 10; 15;... $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$</p> <p>c) 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21;... $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ für $n > 2$</p> <p>d) $\frac{1}{8}$; $\frac{4}{12}$; $\frac{7}{16}$; $\frac{10}{20}$; $\frac{13}{24}$; ... $a_n = \frac{3n-2}{4n+4}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{4}$</p> <p>Welche dieser Folgen haben Grenzwerte? Und welche?</p>

Zu 1)



Zu 1b)



Zu 1 b)