

## Lösungen:

|          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1</b> | <p>Für Funktionen gelten folgende Bedingungen. Stellen Sie diese Bedingungen als Gleichung(en) dar.</p> <p>a)</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Nullstelle bei 2</li><li>- am Wendepunkt (0; 0,6) die Steigung 0</li></ul> <p>L:</p> $f(2) = 0$ $f(0) = 0,6 ;$ $f'(0) = 0 ;$ $f''(0) = 0$ <p>b)</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- geht durch den Punkt (2; 1)</li><li>- am Wendepunkt <math>x = 1,5</math> die Steigung -5</li><li>- schneidet die y-Achse bei -1</li></ul> <p>L:</p> $f(2) = 1$ $f'(1,5) = -5 ;$ $f''(1,5) = 0$ $f(0) = -1$ <p>c)</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- schneidet die y-Achse bei 1,5</li><li>- geht durch den Punkt (5; -0,4)</li><li>- Wendepunkt bei -1</li><li>- am Punkt <math>x = -2</math> die Steigung 2,5</li></ul> <p>L:</p> $f(0) = 1,5$ $f(5) = -0,4$ $f''(-1) = 0$ $f'(-2) = 2,5$ <p>d)</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Nullstelle bei 1</li><li>- Sattelpunkt am Punkt (2; -0,6)</li></ul> <p>L:</p> $f(1) = 0$ $f(2) = -0,6 ;$ $f'(2) = 0 ;$ $f''(2) = 0$ |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

2

Führen Sie eine vollständige Kurvendiskussionen für folgende Funktionen durch.  
Zeichnen Sie die Funktionen

a)  $f(x) = 2,5x^4 - 1,25x^3 - 10x^2 - 6,25x$

L:

$x_1 = -1$  ;

$x_2 = -1$  ;

$x_3 = 0$  ;

$x_4 = 2,5$  ;

$y_s = 0$  ;

$f(x) = 2,5(x + 1)^2x(x - 2,5)$

$f'(x) = 10x^3 - 3,75x^2 - 20x - 6,25$

$f''(x) = 30x^2 - 7,5x - 20$

$P_{E1} (-1; 0)$ ; Min.

$P_{E2} (-0,3602; 1,0543)$ ; Max.

$P_{E3} (1,7352; -24,8208)$ ; Min.

$P_{W1} (-0,701; 0,5015)$  ;

$P_{W2} (0,951; -14,018)$  ;

Keine Symmetrie.

Fallend für  $(-\infty; -1]$  ;

Steigend für  $(-1; -0,3602]$  ;

Fallend für  $(-0,3602; 1,7352]$  ;

Steigend für  $(1,7352; \infty)$  ;

Linksgekrümmt für  $(-\infty; -0,701]$  ;

Rechtsgekrümmt für  $(-0,701; 0,951]$  ;

Linksgekrümmt für  $(0,951; \infty)$  ;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$  ;

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

b)

$f(x) = x^3 - \frac{27}{4}x^2 + \frac{19}{2}x - \frac{15}{4}$

L :

$x_1 = \frac{3}{4}$  ;

$x_2 = 1$  ;

$x_3 = 5$  ;

$y_s = -\frac{15}{4}$  ;

$f(x) = \left(x - \frac{3}{4}\right)(x - 1)(x - 5)$

$f'(x) = 3x^2 - \frac{27}{2}x + \frac{19}{2}$

$f''(x) = 6x - \frac{27}{2}$

$P_{E1} (0,8731; 0,0645)$ ; Max.

$P_{E2} (3,6269; -10,377)$ ; Min.

$P_{W1} (2,25; -5,1562)$ ; Wendepunkt

Keine Symmetrie.

Steigend für  $(-\infty; 0,8731]$ ;

Fallend für  $(0,8731; 3,6269]$ ;

Steigend für  $(3,6269; \infty)$ ;

Rechtsgekrümmt für  $(-\infty; 2,25]$ ;

Linksgekrümmt für  $(2,25; \infty)$ ;

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

**3** Für Polynome gelten jeweils die folgenden Bedingungen. Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen. Im Ergebnis kann auf vier Stellen gerundet werden.

- a) - Grad 3  
 - Sattelpunkt am Punkt  $(-0,4; 3)$   
 - schneidet die y-Achse bei 0

L:

$$f(-0,4) = 3;$$

$$f'(-0,4) = 0;$$

$$f''(-0,4) = 0$$

$$f(0) = 0$$

$$-0,064a + 0,16b - 0,4c + d = 3$$

$$0,48a - 0,8b + c = 0$$

$$-2,4a + 2b = 0$$

$$d = 0$$

$$a = -46,875; b = -56,25; c = -22,5; d = 0;$$

$$f(x) = -46,875x^3 - 56,25x^2 - 22,5x$$

- b) - Grad 4  
 - symmetrisch  
 - schneidet die y-Achse bei 5  
 - Nullstelle bei -2  
 - Wendepunkt bei 0

L:

$$f(0) = 5$$

$$f(-2) = 0$$

$$f''(0) = 0$$

$$d = 0$$

$$b = 0$$

$$e = 5$$

$$16a - 8b + 4c - 2d + e = 0$$

$$2c = 0$$

$$a = -0,3125; b = 0; c = 0; d = 0; e = 5;$$

$$f(x) = -0,3125x^4 + 5$$

**Achtung: Aufgabe undefiniert!**

- c) - Grad 4  
 - an der Nullstelle -3 die Steigung 4  
 - an der Nullstelle -4 die Steigung 1  
 - schneidet die y-Achse bei -1,5

L:

$$f(-3) = 0 ;$$

$$f'(-3) = 4$$

$$f(-4) = 0 ;$$

$$f'(-4) = 1$$

$$f(0) = -1,5$$

$$81a - 27b + 9c - 3d + e = 0$$

$$-108a + 27b - 6c + d = 4$$

$$256a - 64b + 16c - 4d + e = 0$$

$$-256a + 48b - 8c + d = 1$$

$$e = -1,5$$

$$a = -1,59375 ; b = -17,3125 ; c = -62,34375 ; d = -74,75 ; e = -1,5 ;$$

$$f(x) = -1,59375x^4 - 17,3125x^3 - 62,34375x^2 - 74,75x - 1,5$$

- d) - Grad 5  
 - symmetrisch  
 - Nullstelle bei 0,8  
 - an der Nullstelle 0,2 die Steigung -0,6

L:

$$f(0,8) = 0$$

$$f(0,2) = 0 ;$$

$$f'(0,2) = -0,6$$

$$f = 0$$

$$d = 0$$

$$b = 0$$

$$0,32768a + 0,4096b + 0,512c + 0,64d + 0,8e + f = 0$$

$$0,00032a + 0,0016b + 0,008c + 0,04d + 0,2e + f = 0$$

$$0,008a + 0,032b + 0,12c + 0,4d + e = -0,6$$

$$a = 12,5 ; b = 0 ; c = -8,5 ; d = 0 ; e = 0,32 ; f = 0 ;$$

$$f(x) = 12,5x^5 - 8,5x^3 + 0,32x$$

Zu 2)

