

Lösungen:

<p>1</p>	<p>Für Funktionen gelten folgende Bedingungen. Stellen Sie diese Bedingungen als Gleichung(en) dar.</p> <p>a)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sattelpunkt am Punkt $(-1; -2)$ - an der Stelle $x = 0$ die Steigung -2 <p> $f(-1) = -2$; $f'(-1) = 0$; $f''(-1) = 0$ $f'(0) = -2$ </p> <p>b)</p> <ul style="list-style-type: none"> - am Punkt $(-1; 2)$ die Steigung $-1,5$ - geht durch den Punkt $(-5; -1)$ - Nullstelle bei 4 <p>L:</p> <p> $f(-1) = 2$; $f'(-1) = -1,5$ $f(-5) = -1$ $f(4) = 0$ </p> <p>c)</p> <ul style="list-style-type: none"> - symmetrisch - am Wendepunkt $(-1; 1)$ die Steigung $0,5$ - Nullstelle bei $0,6$ <p>L:</p> <p> $f(-1) = 1$; $f'(-1) = 0,5$; $f''(-1) = 0$ $f(0,6) = 0$ </p>
<p>2</p>	<p>Führen Sie eine vollständige Kurvendiskussionen für folgende Funktionen durch. Zeichnen Sie die Funktionen</p> <p>a)</p> <p>$f(x) = 0,9x^4 - 3,15x^3 + 7,65x^2 - 13,5x$</p> <p>L:</p> <p> $x_1 = 0$; $x_2 = 2,5$; </p> <p> $y_s = 0$; $f(x) = 0,9x(x - 2,5)(x^2 - x + 6)$ $f'(x) = 3,6x^3 - 9,45x^2 + 15,3x - 13,5$ $f''(x) = 10,8x^2 - 18,9x + 15,3$ $P_{E1} (1,4694; -9,1176)$; Min. </p> <p>Keine Wendepunkte Keine Symmetrie. Fallend für $(-\infty; 1,4694]$; Steigend für $(1,4694; \infty)$;</p>

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty ;$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

b) $f(x) = -2x^5 - \frac{3}{2}x^3 + \frac{1}{2}x$

L :

$$x_1 = -\frac{1}{2};$$

$$x_2 = 0;$$

$$x_3 = \frac{1}{2};$$

$$y_s = 0;$$

$$f(x) = -2 \left(x + \frac{1}{2}\right) x \left(x - \frac{1}{2}\right) (x^2 + 1)$$

$$f'(x) = -10x^4 - \frac{9}{2}x^2 + \frac{1}{2}$$

$$f''(x) = -40x^3 - 9x$$

$$P_{E1} (-0,3036; -0,1047); \text{ Min.}$$

$$P_{E2} (0,3036; 0,1047); \text{ Max.}$$

$$P_{W1} (0; 0); \text{ Wendepunkt}$$

Punktsymmetrisch.

Fallend für $(-\infty; -0,3036]$;

Steigend für $(-0,3036; 0,3036]$;

Fallend für $(0,3036; \infty)$;

Linksgekrümmt für $(-\infty; 0]$;

Rechtsgekrümmt für $(0; \infty)$;

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty ;$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$$

3 Für Polynome gelten jeweils die folgenden Bedingungen. Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen. Im Ergebnis kann auf vier Stellen gerundet werden.

a)

- Grad 5
- symmetrisch
- Nullstelle bei $\frac{2}{5}$
- am Punkt $(\frac{3}{5}; \frac{1}{3})$ die Steigung 1

L :

$$f\left(\frac{2}{5}\right) = 0$$

$$f\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{1}{3} ;$$

$$f'\left(\frac{3}{5}\right) = 1$$

$$f = 0$$

$$d = 0$$

$$b = 0$$

$$\frac{32}{3125}a + \frac{16}{625}b + \frac{8}{125}c + \frac{4}{25}d + \frac{2}{5}e + f = 0$$

$$\frac{243}{3125}a + \frac{81}{625}b + \frac{27}{125}c + \frac{9}{25}d + \frac{3}{5}e + f = \frac{1}{3}$$

$$\frac{81}{125}a + \frac{108}{125}b + \frac{27}{25}c + \frac{6}{5}d + e = 1$$

$$a = -\frac{875}{81} ; b = 0 ; c = \frac{680}{81} ; d = 0 ; e = -\frac{16}{15} ; f = 0 ;$$

$$f(x) = -\frac{875}{81}x^5 + \frac{680}{81}x^3 - \frac{16}{15}x$$

b) - Grad 4

- Sattelpunkt am Punkt (2,5; -0,4)
- Wendepunkt bei x = -0,2
- geht durch den Punkt (0; -0,5)

L:

$$f(2,5) = -0,4 ;$$

$$f'(2,5) = 0 ;$$

$$f''(2,5) = 0$$

$$f''(-0,2) = 0$$

$$f(0) = -0,5$$

$$39,0625a + 15,625b + 6,25c + 2,5d + e = -0,4$$

$$62,5a + 18,75b + 5c + d = 0$$

$$75a + 15b + 2c = 0$$

$$0,48a - 1,2b + 2c = 0$$

$$e = -0,5$$

$$a = 0,00220689655172414 ;$$

$$b = -0,010151724137931 ;$$

$$c = -0,00662068965517241 ;$$

$$d = 0,0855172413793103 ;$$

$$e = -0,5 ;$$

$$f(x) = 0,0022x^4 - 0,0102x^3 - 0,0066x^2 + 0,0855x - 0,5$$

- c) - Grad 3
- Wendepunkt am Punkt $(-0,2; -0,4)$
- am Punkt $(0; 1)$ die Steigung $-0,6$

L:

$$f(-0,2) = -0,4 ;$$

$$f''(-0,2) = 0$$

$$f(0) = 1 ;$$

$$f'(0) = -0,6$$

$$-0,008a + 0,04b - 0,2c + d = -0,4$$

$$-1,2a + 2b = 0$$

$$d = 1$$

$$c = -0,6$$

$$a = -95 ;$$

$$b = -57 ;$$

$$c = -0,6 ;$$

$$d = 1 ;$$

$$f(x) = -95x^3 - 57x^2 - 0,6x + 1$$

- d) - Grad 2
- schneidet die y-Achse bei -4 mit der Steigung $0,8$
- Extremwert bei $x = 5$

L:

$$f(0) = -4 ;$$

$$f'(0) = 0,8$$

$$f'(5) = 0$$

$$c = -4$$

$$b = 0,8$$

$$10a + b = 0$$

$$a = -0,08 ;$$

$$b = 0,8 ;$$

$$c = -4 ;$$

$$f(x) = -0,08x^2 + 0,8x - 4$$

4 Informieren Sie sich über Leben und Werk von Gottfried W. Leibniz.

Lebensdaten:

- 1646 geboren in Leipzig
- 1666 beendet Jurastudium
- 1669 Frankfurt
- 1670 Rat am Revisionsgericht des Kurfürsten von Mainz
- 1672-1676 Gesandter in Paris, widmet sich dabei auch der Mathematik
- ab 1676 Hofrat & Bibliothekar in Hannover (bis zu seinem Tode)
- 1700 Präsident der Akademie der Wissenschaften in Berlin
- 1716 stirbt in Hannover

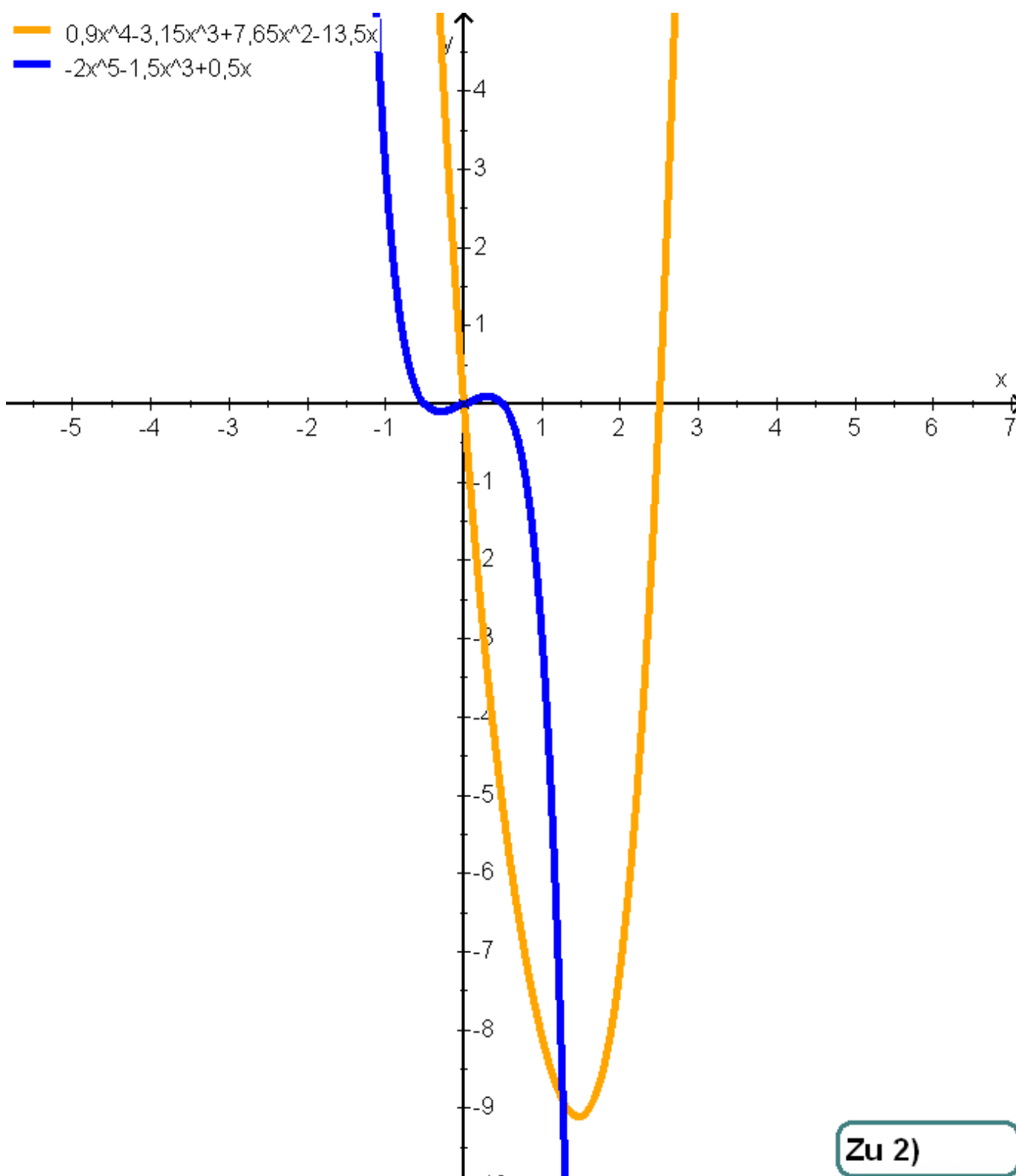
Leistungen

Als Mathematiker Autodidakt, aber trotzdem

- einer der Entdecker der Infinitesimalrechnung (Ableitungen, Integrale)
[Unsere heutigen Techniken/Schreibweisen für's Ableiten und Integrieren gehen auf ihn zurück]
- Erfinder einer Rechenmaschine
- Entdecker des binären Zahlensystems (heute in Computern verwendet)
- Philosophische [Monadentheorie] und politische Schriften
- Vorläufer der Aufklärung, Wirkungen als Philosoph noch im 20. Jahrhundert
- Technischer Berater im Bergbau
- Historische Studien
- Versuchte die Einigung der christlichen Kirchen zu erreichen.



Zu 2)



Zu 2)