Hausaufgaben 13.1.2009 HW2A

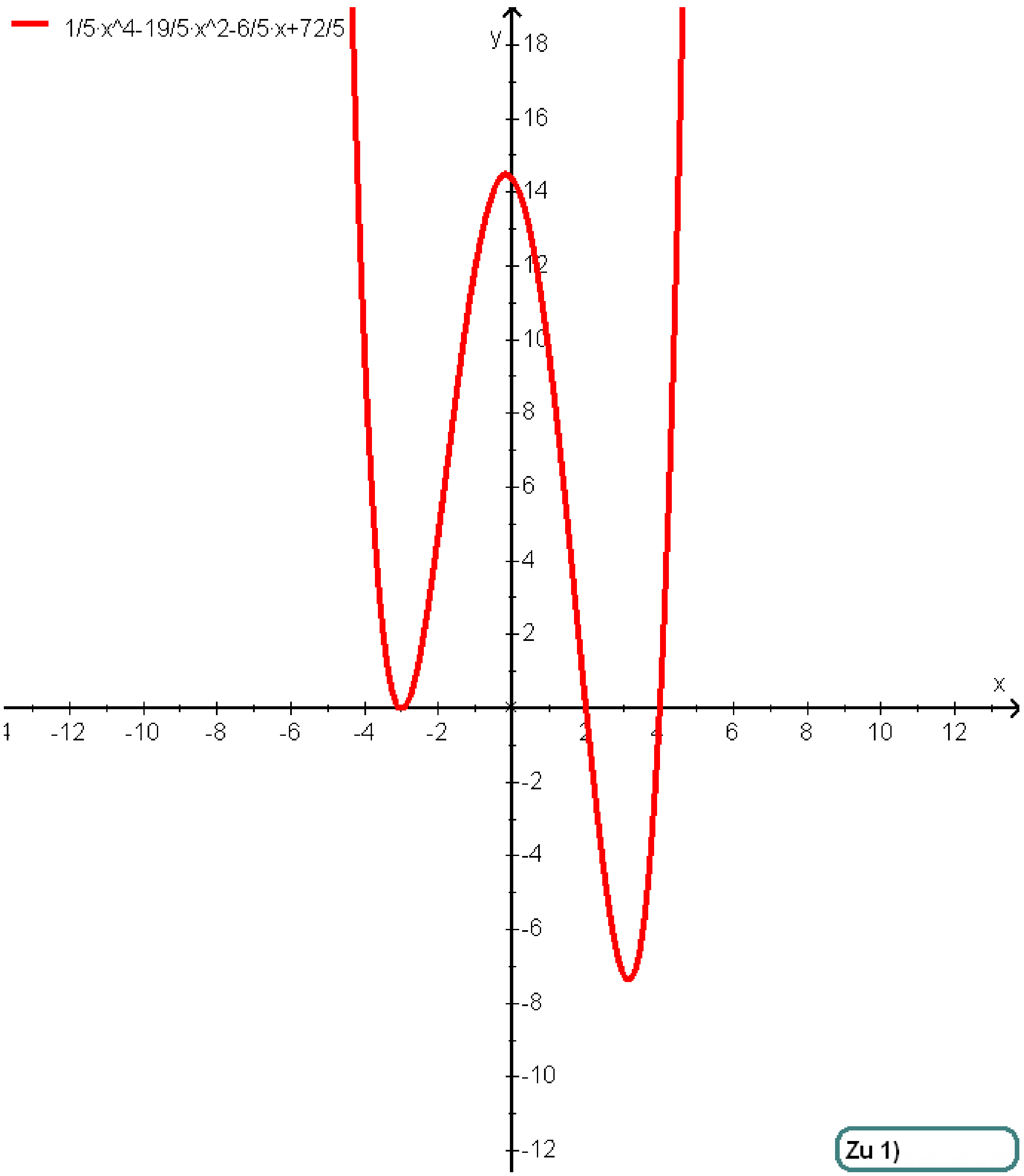
Lösungen:

1	Bitte führen Sie eine vollständige Kurvendiskussion durch: $f(x) = 0,2x^4 - 3,8x^2 - 1,2x + 14,4$ L : $x_1 = -3;$ $x_2 = -3;$ $x_3 = 2;$ $x_4 = 4;$ $y_s = 14,4;$ $f(x) = 0,2(x+3)(x+3)(x-2)(x-4)$ $f'(x) = 0,8x^3 - 7,6x - 1,2$ $f''(x) = 2,4x^2 - 7,6$ $f'''(x) = 4,8x$ $P_{E1}(-3; 0);$ Min. $P_{E2}(-0,1583; 14,4949);$ Max. $P_{E3}(3,1583; -7,3949);$ Min. $P_{W1}(-1,7795; 6,5077);$ $P_{W2}(1,7795; 2,2369);$ Keine Symmetrie. fallend in $(-\infty; -3];$ steigend in $(-3; -0,1583];$ fallend in $(-0,1583; 3,1583];$ steigend in $(3,1583; \infty);$ linksgekrümmt in $(-\infty; -1,7795];$ rechtsgekrümmt in $(-1,7795; 1,7795];$ linksgekrümmt in $(1,7795; \infty);$ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty;$ $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$
2	Bitte zeichnen Sie folgende Funktion: $f(x) = [2x^3 - 14x^2 + 8x + 24]^{-1}$

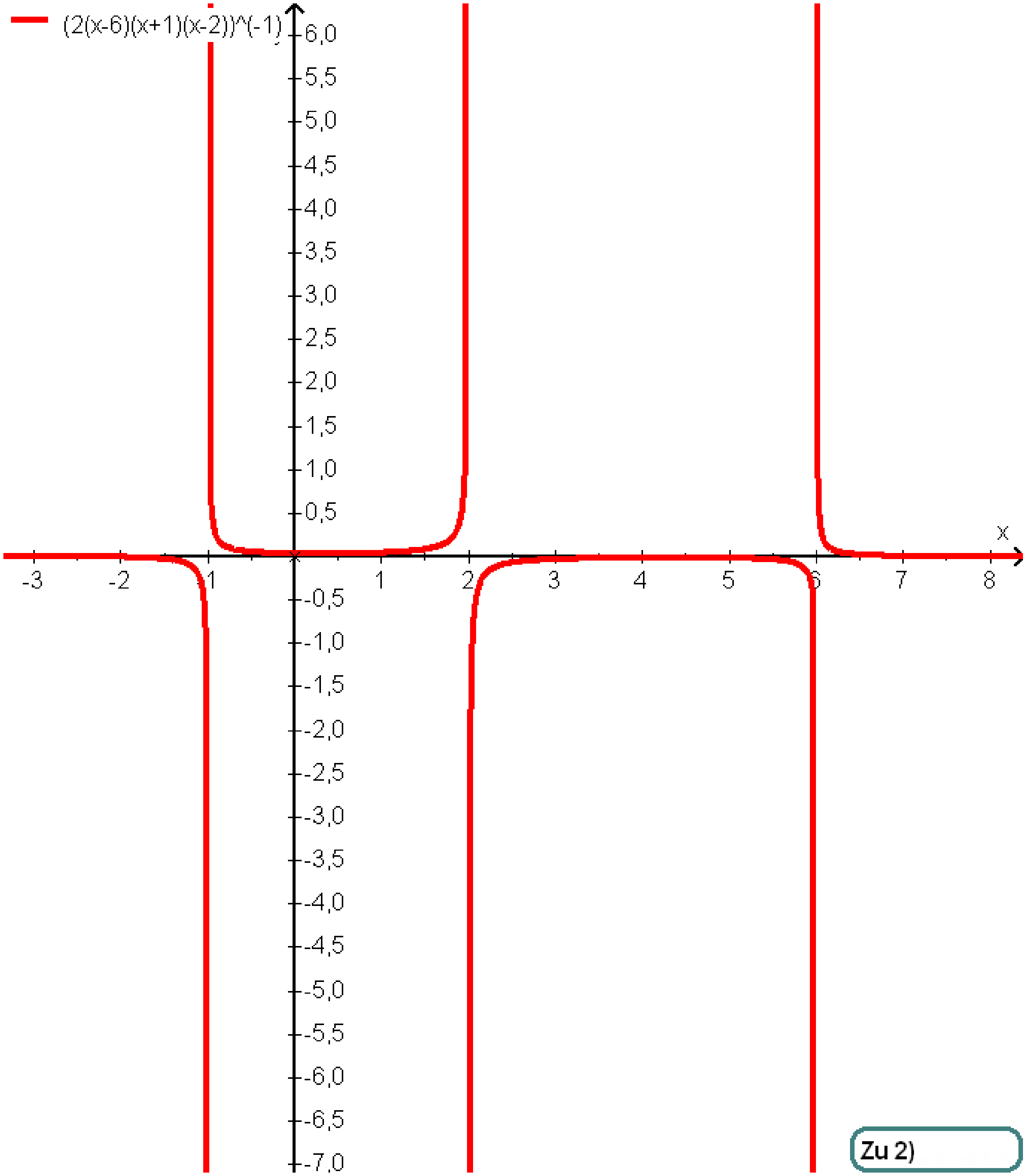
3	Für ein Polynom gelten die folgenden Bedingungen. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung und zeichnen Sie die Funktion. Im Ergebnis kann auf vier Stellen gerundet werden. – Grad 4 – am Wendepunkt $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{5}\right)$ die Steigung $\frac{7}{8}$ – Extremwert bei $x = 1$ – schneidet die y – Achse bei $\frac{1}{3}$ L : $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{5}$; $f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{8}$; $f''\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ $f'(1) = 0$ $f(0) = \frac{1}{3}$ $\frac{1}{16}a + \frac{1}{8}b + \frac{1}{4}c + \frac{1}{2}d + e = \frac{3}{5}$ $\frac{1}{2}a + \frac{3}{4}b + c + d = \frac{7}{8}$ $3a + 3b + 2c = 0$ $4a + 3b + 2c + d = 0$ $+ e = \frac{1}{3}$ $a = \frac{6}{35}$; $b = \frac{-341}{210}$; $c = \frac{61}{28}$; $d = \frac{-6}{35}$; $e = \frac{1}{3}$; $f(x) = \frac{6}{35}x^4 - \frac{341}{210}x^3 + \frac{61}{28}x^2 - \frac{6}{35}x + \frac{1}{3}$
4	Im Intervall [-2; 1] bewegt sich ein Punkt mit der Funktionskurve von $f(x) = x^3 - 2x + 1$ als Bahn. Bei jedem Bahnpunkt wird ein Dreieck betrachtet, dessen Eckpunkte - der Bahnpunkt - der Koordinatenursprung - der Punkt auf der x-Achse, der senkrecht unter dem Bahnpunkt liegt sind. Bestimmen Sie, für welchen Punkt der Bahn dieses Dreieck am größten ist. Begründen Sie Ihre Lösung.

Lösung:
x_{max} = -2
A_{max} = 3
Begründung: Bei der Berechnung der Extremwerte über die 1. Ableitung erhält man x_{max} = 0,26956 [Die anderen Extremwerte liegen bei 0,84 & -1,12]. Man erhält als Flächengröße 0,07 [bzw. -0,04 & -1,12].
Selbst bei den Extremwerten fände sich das größere Dreieck beim "Minimum" -1,12, nur daß es rechts der y-Achse liegt und die Rechung deshalb einen negativen Betrag anzeigt.
Der Randwert x = -2 erzeugt aber tatsächlich ein noch größeres Dreieck.

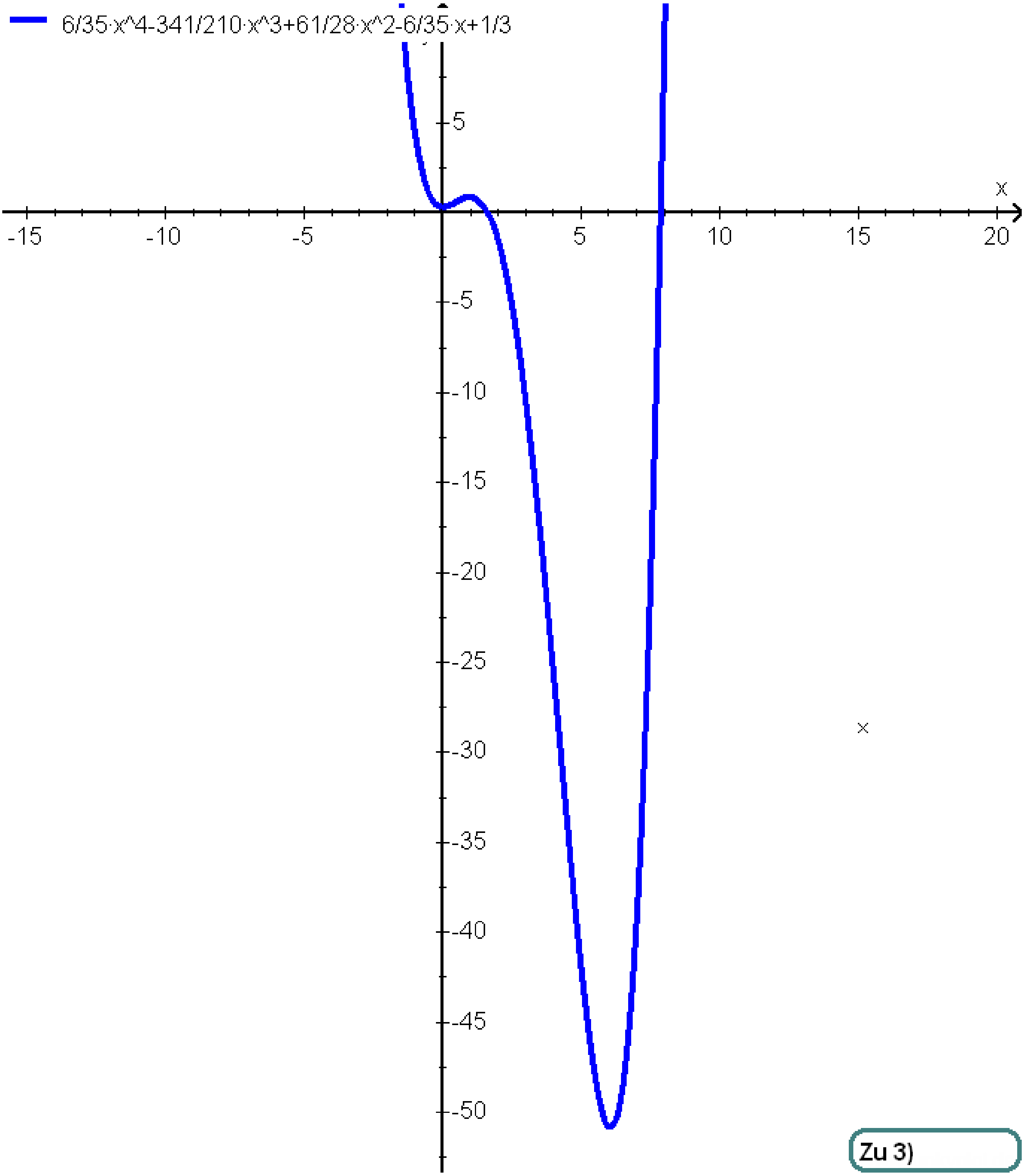
Zu 1)



Zu 2)


(2(x-6)(x+1)(x-2))^(-1)
6,0
5,5
5,0
4,5
4,0
3,5
3,0
2,5
2,0
1,5
1,0
0,5
x
-3
-2
1
2
3
4
5
7
8
-0,5
-1,0
-1,5
-2,0
-2,5
-3,0
-3,5
-4,0
-4,5
-5,0
-5,5
-6,0
-6,5
-7,0
Zu 2)

Zu 3)


6/35·x^4-341/210·x^3+61/28·x^2-6/35·x+1/3
x
-15
-10
-5
5
10
15
20
5
-5
-10
-15
-20
-25
-30
-35
-40
-45
-50
Zu 3)