

Lösungen:

1	<p>Vier einzelne Schuhe werden zufällig aus fünf verschiedenen Paaren ausgesucht. Was ist die Wahrscheinlichkeit, daß Sie mindestens ein passendes Paar erhalten?</p> $P = 1 - \frac{\binom{5}{4}2^4}{\binom{10}{4}} = 0,6191$													
2	<p>Wieviele Zahlen liegen zwischen einer Million und zehn Millionen, in deren Ziffernfolge keine zwei gleichen Ziffern aufeinander folgen?</p> <p>L: $9^7 = 4782969$</p>													
3	<p>Sie haben eine Urne mit 8 grünen, 2 schwarzen und 13 weißen Kugeln Sie ziehen drei Kugeln, einmal mit, einmal ohne Zurücklegen. Geben Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse an:</p> <p>a) alle Kugeln sind verschiedenfarbig b) alle Kugeln sind gleichfarbig c) eine Farbe kommt mindestens zweimal vor</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 25%;"></th> <th style="width: 50%;">Mit Zurücklegen</th> <th style="width: 25%;">Ohne Zurücklegen</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a) alle Kugeln sind verschiedenfarbig</td> <td>$P = \frac{8 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 3!}{23^3} = 0,1026$</td> <td>$P = \frac{\binom{8}{1} \binom{2}{1} \binom{13}{1}}{\binom{23}{3}} = 0,1175$</td> </tr> <tr> <td>b) alle Kugeln sind gleichfarbig</td> <td>$P = \frac{8^3 + 2^3 + 13^3}{23^3} = 0,2233$</td> <td>$P = \frac{\binom{8}{3} + \binom{13}{3}}{\binom{23}{3}} = 0,1931$</td> </tr> <tr> <td>c) eine Farbe kommt mindestens zweimal vor</td> <td> $P_{g2mal} = \frac{\binom{3}{2} \cdot 8^2 \cdot 15}{23^3} = 0,2367$ $P_{g3mal} = \frac{8^3}{23^3} = 0,0421$ $P_{s2mal} = \frac{\binom{3}{2} \cdot 2^2 \cdot 21}{23^3} = 0,0207$ $P_{s3mal} = \frac{2^3}{23^3} = 0,000657$ $P_{w2mal} = \frac{\binom{3}{2} \cdot 13^2 \cdot 10}{23^3} = 0,4167$ $P_{w3mal} = \frac{13^3}{23^3} = 0,1806$ L: $P = 0,8974$ </td> <td> $P_{g2mal} = \frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{15}{1}}{\binom{23}{3}} = 0,2372$ $P_{g3mal} = \frac{\binom{8}{3}}{\binom{23}{3}} = 0,0316$ $P_{s2mal} = \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{21}{1}}{\binom{23}{3}} = 0,0119$ $P_{s3mal} = 0$ $P_{w2mal} = \frac{\binom{13}{2} \cdot \binom{10}{1}}{\binom{23}{3}} = 0,4404$ $P_{gw3mal} = \frac{\binom{13}{3}}{\binom{23}{3}} = 0,1615$ L: $P = 0,8826$ </td> </tr> </tbody> </table>			Mit Zurücklegen	Ohne Zurücklegen	a) alle Kugeln sind verschiedenfarbig	$P = \frac{8 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 3!}{23^3} = 0,1026$	$P = \frac{\binom{8}{1} \binom{2}{1} \binom{13}{1}}{\binom{23}{3}} = 0,1175$	b) alle Kugeln sind gleichfarbig	$P = \frac{8^3 + 2^3 + 13^3}{23^3} = 0,2233$	$P = \frac{\binom{8}{3} + \binom{13}{3}}{\binom{23}{3}} = 0,1931$	c) eine Farbe kommt mindestens zweimal vor	$P_{g2mal} = \frac{\binom{3}{2} \cdot 8^2 \cdot 15}{23^3} = 0,2367$ $P_{g3mal} = \frac{8^3}{23^3} = 0,0421$ $P_{s2mal} = \frac{\binom{3}{2} \cdot 2^2 \cdot 21}{23^3} = 0,0207$ $P_{s3mal} = \frac{2^3}{23^3} = 0,000657$ $P_{w2mal} = \frac{\binom{3}{2} \cdot 13^2 \cdot 10}{23^3} = 0,4167$ $P_{w3mal} = \frac{13^3}{23^3} = 0,1806$ L: $P = 0,8974$	$P_{g2mal} = \frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{15}{1}}{\binom{23}{3}} = 0,2372$ $P_{g3mal} = \frac{\binom{8}{3}}{\binom{23}{3}} = 0,0316$ $P_{s2mal} = \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{21}{1}}{\binom{23}{3}} = 0,0119$ $P_{s3mal} = 0$ $P_{w2mal} = \frac{\binom{13}{2} \cdot \binom{10}{1}}{\binom{23}{3}} = 0,4404$ $P_{gw3mal} = \frac{\binom{13}{3}}{\binom{23}{3}} = 0,1615$ L: $P = 0,8826$
	Mit Zurücklegen	Ohne Zurücklegen												
a) alle Kugeln sind verschiedenfarbig	$P = \frac{8 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 3!}{23^3} = 0,1026$	$P = \frac{\binom{8}{1} \binom{2}{1} \binom{13}{1}}{\binom{23}{3}} = 0,1175$												
b) alle Kugeln sind gleichfarbig	$P = \frac{8^3 + 2^3 + 13^3}{23^3} = 0,2233$	$P = \frac{\binom{8}{3} + \binom{13}{3}}{\binom{23}{3}} = 0,1931$												
c) eine Farbe kommt mindestens zweimal vor	$P_{g2mal} = \frac{\binom{3}{2} \cdot 8^2 \cdot 15}{23^3} = 0,2367$ $P_{g3mal} = \frac{8^3}{23^3} = 0,0421$ $P_{s2mal} = \frac{\binom{3}{2} \cdot 2^2 \cdot 21}{23^3} = 0,0207$ $P_{s3mal} = \frac{2^3}{23^3} = 0,000657$ $P_{w2mal} = \frac{\binom{3}{2} \cdot 13^2 \cdot 10}{23^3} = 0,4167$ $P_{w3mal} = \frac{13^3}{23^3} = 0,1806$ L: $P = 0,8974$	$P_{g2mal} = \frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{15}{1}}{\binom{23}{3}} = 0,2372$ $P_{g3mal} = \frac{\binom{8}{3}}{\binom{23}{3}} = 0,0316$ $P_{s2mal} = \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{21}{1}}{\binom{23}{3}} = 0,0119$ $P_{s3mal} = 0$ $P_{w2mal} = \frac{\binom{13}{2} \cdot \binom{10}{1}}{\binom{23}{3}} = 0,4404$ $P_{gw3mal} = \frac{\binom{13}{3}}{\binom{23}{3}} = 0,1615$ L: $P = 0,8826$												
4	<p>Auf wieviele Arten kann ein Dreier-Komitee aus 20 Personen gewählt werden? Auf wieviele Arten können ein Vorsitzender, ein Sekretär und ein Schatzmeister aus 20 Personen gewählt werden?</p> <p>L:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\binom{20}{3} = 1140$ ▪ 6840 													

5 Für eine Funktion gelten die folgenden Bedingungen.
Bestimmen Sie ihre Funktionsgleichung:

- Grad 4
- am Punkt $(-1; -2)$ die Steigung $\frac{-1}{5}$
- am Wendepunkt $(0; -5)$ die Steigung $\frac{-1}{4}$

L :

$$f(-1) = -2 ;$$

$$f'(-1) = \frac{-1}{5}$$

$$f(0) = -5 ;$$

$$f'(0) = \frac{-1}{4} ;$$

$$f''(0) = 0$$

$$a - b + c - d + e = -2$$

$$-4a + 3b - 2c + d = -\frac{1}{5}$$

$$e = -5$$

$$d = -\frac{1}{4}$$

$$2c = 0$$

$$a = \frac{-83}{10}; b = \frac{-221}{20}; c = 0; d = \frac{-1}{4}; e = -5;$$

$$f(x) = -\frac{83}{10}x^4 - \frac{221}{20}x^3 - \frac{1}{4}x - 5$$

6 Führen Sie eine vollständige Kurvendiskussion durch:

$$f(x) = 2x^4 - 4x^3 - 8,5x^2 + 6x + 4,5$$

L:

$$x_1 = -1,5 ;$$

$$x_2 = -0,5 ;$$

$$x_3 = 1 ;$$

$$x_4 = 3 ;$$

$$y_s = 4,5 ;$$

$$f(x) = 2(x + 1,5)(x + 0,5)(x - 1)(x - 3)$$

$$f'(x) = 8x^3 - 12x^2 - 17x + 6$$

$$f''(x) = 24x^2 - 24x - 17$$

$$f'''(x) = 48x - 24$$

$$P_{E1} (-1,0877; -4,1357); \quad \text{Min.}$$

$$P_{E2} (0,3016; 5,4432); \quad \text{Max.}$$

$$P_{E3} (2,286; -19,3701); \quad \text{Min.}$$

$$P_{W1} (-0,4789; 0,2217); \quad \text{Wendepunkt}$$

$$P_{W2} (1,4789; -8,5884); \quad \text{Wendepunkt}$$

Keine Symmetrie.

fallend in $(-\infty; -1,0877]$;
 steigend in $(-1,0877; 0,3016]$;
 fallend in $(0,3016; 2,286]$;
 steigend in $(2,286; \infty)$;

linksgekrümmt in $(-\infty; -0,4789]$;
 rechtsgekrümmt in $(-0,4789; 1,4789]$;
 linksgekrümmt in $(1,4789; \infty)$;
 Vom II. Quadranten zum I. Quadranten

Zu 6)

$2x^4 - 4x^3 - 17/2x^2 + 6x + 9/2$

